Akademie der Wissenschaften der DDR

ZKI

INFORMATIONEN

2/1976

Zech, K.-A. (INT Berlin)

Zur Anwendung nicht-deterministischer Automaten beim Entwurf digitaler Folgeschaltungen

Nicht-deterministische Automaten können als verallgemeinerte partiell definierte determinierte Automaten interpretiert werden: Für gewisse Zustands-Eingangs-Situationen ist das Verhalten nicht genau festgelegt, sondern es sind nur bestimmte Möglichkeiten vorgegeben. In der Praxis treten derartig unscharf bestimmte Entwurfsaufgaben für digitale Schaltungen nicht selten auf. Wir wollen untersuchen, wie diese Freiheitsgrade für eine aufwandsreduzierte Realisierung nutzbar zu machen sind.

Sei $A = [X,Z,f]$ ein endlicher nicht-deterministischer Halbautomat (NDA), wobei X die Eingangssignalmenge und Z die Zustandsmenge bedeuten und $f\colon Z \times X \longrightarrow \underline{P}^*(Z)$. ($P^*(Z)$ ist die Menge aller nicht-leeren Teilmengen von Z.) Seien ferner π, τ ... Überdeckungen von Z. Das Paar $[\pi,\tau]$ heißt verallgemeinertes Überdeckungspaar für A (VÜP), falls es für alle x aus X und B aus π ein N aus τ derart gibt, daß für alle z aus B gilt: $f(z,x) \cap N \neq \emptyset$. Sei $N(B,x)$ ein derartiges, fixiertes N. Die Menge aller VÜP für A heißt $\Delta_{VÜP}$.

__Satz.__ $\Delta_{VÜP}$ bildet eine schwache Paaralgebra, d.h., sie erfüllt folgende Bedingungen:

(1) Für alle π sind $[\pi,1]$ und $[0,\pi]$ aus $\Delta_{VÜP}$

(2) Wenn $[\pi,\tau]$ und $[\pi',\tau']$ aus $\Delta_{VÜP}$, so $[\pi+\pi', \tau+\tau']$ aus $\Delta_{VÜP}$

(3) Wenn $[\pi,\tau]$ aus $\Delta_{VÜP}$ und $\pi' < \pi$, so $[\pi',\tau]$ aus $\Delta_{VÜP}$.

Diese Eigenschaften sind dual zu denjenigen der schwachen Paaralgebra für partielle Automaten /1/. Für __Partitionen__ von Z gilt der Satz nicht.

Bezüglich $\Delta_{VÜP}$ wird die Funktion M durch $M(\tau) = \sum \{\pi \mid [\pi,\tau] \in \Delta_{VÜP}\}$ definiert. Die dazu duale Funktion m läßt sich hier nicht eindeutig definieren. Daher

existiert auch kein Mm-Unterverband von $\Delta_{VÜP}$ (bzw. Unteralgebra), jedoch kann man die Menge **MVP** aller VÜP der Form $[M(\tau),\tau]$ konstruieren, für die es kein τ' mit $\tau'<\tau$ und $[M(\tau),\tau'] \in \Delta_{VÜP}$ gibt.
Es ist $M(\tau) = \sum\{\varrho \mid \varrho = \{B\} \cup \{\{z\} \mid z \in Z \setminus B\} \wedge B \in M(\tau)\}$, so daß zur Bestimmung von $M(\tau)$ es genügt, alle B zu bestimmen, für die gilt: $\exists N \forall x(x \in X \wedge N \in \tau \longrightarrow \forall z(z \in B \longrightarrow f(z,x) \cap N \neq \emptyset))$, d.h. $M(\tau) = \prod_{x \in X} \pi_x$ mit $\pi_x = \{\{B \mid \forall z(z \in B \longleftrightarrow f(z,x) \cap N \neq \emptyset\} \mid N \in \tau\}$.
Verallgemeinerte Überdeckungspaare widerspiegeln die Informationsflußrelationen in determinierten Festlegungen von A.
Die Fixierung eines τ_i als Kodierungsüberdeckung hat i.a. eine Mehrfachindizierung von Z und eine Einschränkung der Werte von f zur Folge: Sei π eine Überdeckung mit $M(\tau_i) \geq \pi$ (- π ist selbst Produkt von Kodierungsüberdeckungen). Jeder Zustand erhält den Index des π-Blockes, der ihn enthält. Die neue Zustandsmenge sei Z_π, und die neue Überführungsfunktion f_π sei folgendermaßen definiert: Für alle B aus π, z aus B und x aus X sei $f_\pi(z_B,x)$ die durch $f(z,x) \cap N(B,x)$ festgelegte indizierte Teilmenge von $Z_\pi =_{Df} \{z_B \mid z \in Z \cap B \wedge B \in \pi\}$. Durch die Festsetzung von f_π können Zustände unerreichbar werden, so daß sie nicht mehr beachtet werden müssen.

<u>Beispiel:</u> Gegeben sei $A = [\{a,b\}, \{1,2,3,4\}, f]$ mit

f	1	2	3	4
a	{3,4}	{2}	{1,3}	{1,2,3}
b	{1,2,3}	{1,4}	{1,4}	{2}

. Gesucht ist eine determinierte Realisierung A_R als digitale synchrone Folgeschaltung. $\tau = (1,2/3,4)$ soll eine Kodierungspartition für A werden. Zur Berechnung von $M(\tau)$ ermitteln wir zunächst folgende Tabelle:

$N \in \tau$ / $x \in X$	$\{1,2\}$	$\{3,4\}$	
a	$\{2,3,4\}$	$\{1,3,4\}$	π_a
b	$\{1,2,3,4\}$	$\{1,3,4\}$	$\pi_b = 1$

Es ist also $M(\tau) = \pi_a = (2\text{-}4/1,3,4)$. Mit $\pi =_{Df} (1,3/2,4)$ $< M(\tau)$ ist $[\pi,\tau]$ aus $\Delta_{VÜP}$. Folglich ist $Z_\pi = Z$ und f_π:

	1	2	3	4
a	$\{3,4\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$\{1,2\}$
b	$\{3\}$	$\{1\}$	$\{4\}$	$\{2\}$

.

$[\pi,\tau]$ ist VÜP auch bezüglich $A_\pi =_{Df} [Z_\pi, X, f_\pi]$. Zur Ansteuerung von π, das wegen $\pi \cdot \tau = 0$ als zweite Kodierungsüberdeckung gewählt wird, ist andererseits $M(\pi)$ bezüglich A_π zu ermitteln:

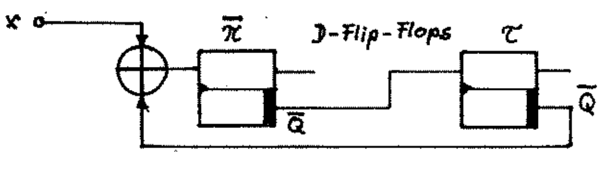
$B \in \pi$ / $x \in X$	$\{1,3\}$	$\{2,4\}$	
a	$\{1,3,4\}$	$\{1,2,4\}$	π_a
b	$\{1,2\}$	$\{3,4\}$	π_b

Es ist $M(\pi) = (1,2/3,4)$, wobei $\tau = M(\pi)$. Also ist $[\tau,\pi]$ VÜP. Wir berechnen $A_R = (A_\pi)_\tau$: $(Z_\pi)_\tau = Z_\pi = Z$;

$(f_\pi)_\tau$	1	2	3	4
a	$\{4\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$\{1\}$
b	$\{3\}$	$\{1\}$	$\{4\}$	$\{2\}$

.

A_R ist determiniert. Mit den beiden Kodierungsüberdeckungen (hier: Partitionen) π und τ ergibt sich die folgende Schaltung:



Literatur

/1/ Hartmanis,J. u. Stearns, R.E.: Algebraic structure theory of sequential machines. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1965

/2/ Starke, P.H.: Abstrakte Automaten. Berlin, DVW, 1969